Exercice 1 — 36 min — 6 pt

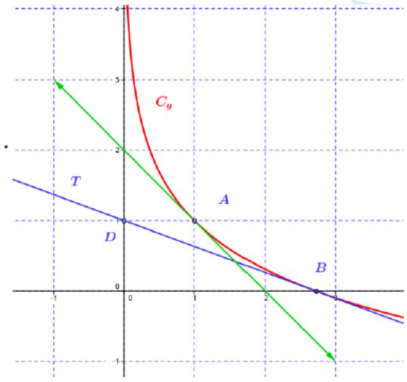
On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=(1-x)e^{-x}+1$.

1)
   a) Etudier les variations de g .
   b) Déduire que $g(x)>0$.
2) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=xe^{-x}+x$ et soit $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.
   a) Montrer que : $f'(x)=g(x)$.
   b) Dresser le tableau de variation de f .
   c) Montrer que $D: y=x$ est une asymptote à $\mathcal{C}$ au voisinage de $+\infty$.
   d) Etudier la position de $\mathcal{C}$ et D .
3) Tracer la courbe $\mathcal{C}$.
4)
   a) A l'aide d'une intégration par partie calculé l'intégrale : $\int_0^{\alpha} xe^{-x}dx$ avec $\alpha>0$.
   b) Déduire $A(\alpha)$: l'aire de la partie limitée par $\mathcal{C}$, la droite D et les droites d'équations $x=0$ et $x=\alpha$.
   c) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} A(\alpha)$.

Exercice 2 — 42 min — 7 pt

La courbe C_g ci-contre représente une fonction g définie et dérivable sur $]0,+\infty[$.

La courbe C_g passe par le point $A(1,1)$ et coupe l'axe $(O,\vec{i})$ au point B d'abscisse e . La tangente T à la courbe C_g au point B passe par le point $D(0,1)$.



Partie A :

1) A l'aide d'une lecture graphique :
   a) Déterminer $g(e)$, $g(1)$, $g'(e)$ et $g'(1)$.
   b) Dresser le tableau de signe de g sur $]0,+\infty[$.
2) On suppose, dans la suite, que $g(x)=a+b\ln x$. Où a et b sont deux réels. Montrer que $a=1$ et $b=-1$.

Partie B :

www.takiacademy.com